

文章编号 1004-924X(2007)04-0535-08

磁悬浮平台系统的机电耦合动力学模型及稳定性分析

李群明, 万 梁, 段吉安, 欧阳华

(中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要:给出了系统完整的机电耦合动力学模型。利用拉格朗日方程建立了系统的力学模型,考虑了平台各个电磁力之间的耦合以及传感器组的几何中心与平台质心不重合带来的耦合效应;基于PID控制理论建立了平台控制系统的微分方程,分析了传感器与控制磁极非共点安装产生的耦合影响。最后,基于系统的机电耦合动力学模型,进行了平台运动稳定性分析,得到了平台实现稳定悬浮时控制参数的选择范围,垂直方向: $0.3 < K_p < 141.5, 0 < K_d < 0.052$,水平方向: $0.3 < K_p < 77.4, 0.001 < K_d < 0.038$ 。实验结果表明,控制参数选择范围准确,稳定悬浮时平台具有良好的动、静态性能。

关键词:磁悬浮平台; 动力学模型; 稳定性; 控制参数

中图分类号:TH113 文献标识码:A

Coupled electromechanical dynamic model of magnetically suspended table system and its stability analysis

LI Qun-ming, WAN Liang, DUAN Ji-an, OU-Yang hua

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: A coupled electromechanical dynamic model is set up completely, and the mechanical model is established based on Lagrange equation. Considering the coupled action among every electromagnetics, geometric center of sensors on different positions and the centroid of the magnetic table and based on PID control theory, electrical differential equation of the control system is set up. The coupled action of the mounting of sensors on different positions of electromagnets is analyzed. Finally, the stability analysis for the magnetic table is processed based on the coupled electromechanical dynamic model. The range of the controlling parameters is found when the magnetic table is suspending stably, vertical direction: $0.3 < K_p < 141.5, 0 < K_d < 0.052$, horizontal direction: $0.3 < K_p < 77.4, 0.001 < K_d < 0.038$. Experimental results indicate that the magnetic table can suspend stably and has better dynamic and static characteristics just while the controlling parameters are selected at the correct range.

Key words: magnetic suspended table; dynamic model; stability; control parameter

收稿日期:2006-10-28; 修订日期:2006-12-11.

基金项目:国家重点基础研究发展计划“973计划”项目(No. 2003CB716206)

1 引言

在高加速、超精密的运动平台中,传统的机械方式是刚性接触支承和“旋转电机+滚珠丝杠”驱动定位^[1]。这种方式受摩擦、磨损、驱动件的质量惯性和连接件之间的间隙等影响会降低设备的定位精度和响应频率^[2]。此外,在要求实现多自由度运动控制的场合,如果采用导轨和轴承作为支承部件,系统的机械结构则会随自由度的增加变得十分复杂,并且刚度不容易提高^[3]。采用磁悬浮技术^[4](以及直线电机直接驱动^[5-7])代替传统的机械导轨^[8,9]来实现超精密运动的系统,不仅可消除摩擦、磨损,而且由于取消了从电动机到工作台之间的一切中间传动环节,能够实现“零传动”,并具有定位精度高、高加速、无需润滑、启动推力大等优点。同时,磁悬浮支承方式的刚度和阻尼可以通过控制器的参数进行调节,实现最佳的刚度及阻尼比^[10]。

磁悬浮平台系统的动力学性能通常取决于两大类参数:第一类是平台本身的力学参数;第二类是与控制系统(包括控制器、功放和传感器)和电磁执行单元(包括纵向电磁铁和侧向电磁铁)的电子元件有关的电气参数和力学特性参数。这两类参数共同决定了磁悬浮平台系统的综合静、动态力学行为和品质^[11]。对于磁悬浮平台系统来说,控制调节单元、功放单元和传感器最后所能给出的增益、功率和磁悬浮平台的承载能力、刚度、阻尼等将受到电子元件、成本、可靠性以及其它一些预想不到因素的限制。所有这些要求和矛盾的解决都必须纳入一个统筹的动力学模型中考虑才不至于顾此失彼。因此,如何将分散在平台动力学、电磁学、电子技术和现代控制理论中的单一研究纳入一个可考虑各种机电耦合效应的统一模型中,以进行磁悬浮平台的机电耦合动力学分析、运动稳定性分析和实验研究,不仅具有重要的理论意义,而且有着重要的工程应用价值。

2 磁悬浮平台系统的运动微分方程

图 1 所示为五自由度磁悬浮运动平台系统。为了从理论上说明主动磁悬浮支承运动平台的动态特性,磁悬浮运动平台可简化成图 2 所示的力学模型。

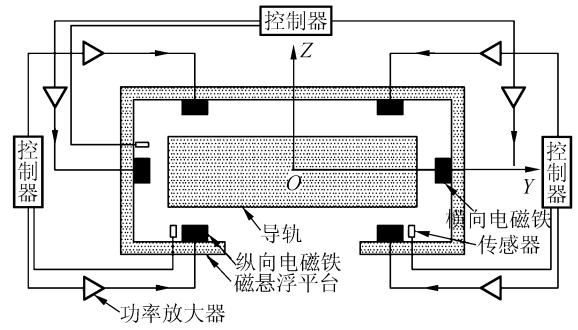


图 1 五自由度磁悬浮运动平台系统

Fig. 1 Magnetic running table system with 5-DOF

系统由运动平台和六对电磁铁组成(两对水平方向电磁铁,四对垂直方向电磁铁)。1、2、3、4 这四个部分装有对称的 U 形电磁铁,通过电磁力控制 z 方向的运动和绕 x 轴、 y 轴的旋转。5、6 两部分也装有对称的 U 形电磁铁,通过电磁力控制 y 方向的运动和绕 z 轴的旋转, x 轴方向上的运动由直线电机控制(图中未示出)。

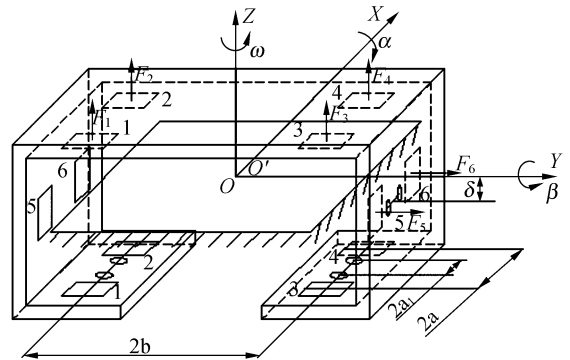


图 2 五自由度磁悬浮支撑平台受力分析

Fig. 2 Mechanical analysis of the magnetic table with 5-DOF

建立磁悬浮平台的模型的基本原理及方法与磁悬浮轴承的类似,都是基于磁路定理,忽略漏磁、边沿效应以及铁磁材料的磁阻,首先获得对象的非线性模型,然后在平衡位置处对非线性模型进行线性近似,得到一个线性模型,以此作为分析被控对象和设计控制器的基础。为了简化推导过程,首先定义平衡位置下的所有物理量,然后直接写出线性模型。

在系统中,所谓平衡位置是由这样一些特征规定的(参见图 1):工作台在平面内处于中央位置,所有磁极极面与导轨的距离(气隙)均为相同,

六对线圈的电流均为 I_0 , 磁极 1、磁极 2、磁极 3 和磁极 4 对工作台的电磁力之和与工作台的重量平衡。表 1 给出了对象的一些物理参数, 以及平衡位置下的一些物理量及其数值。表 2 给出了相对于平衡位置下的物理量的变化量, 由于平衡位置下关于转动的量均为零, 因此表 2 中与转动有关的量就是绝对量, 只有与 y 、 z 方向有关的量, 以及电流和电压为相对变化量。

表 1 系统参数的符号及数值

Tab. 1 Symbols and numerical values of system parameters

μ_0	真空导磁率, $4\pi \times 10^{-7}$ H/m
A	磁极面积, 2.37×10^{-4} m ²
N	线圈匝数, 300
R	线圈直流电阻, 5 Ω
y_0	平衡位置下的气隙, 0.3×10^{-3} m
z_0	平衡位置下的气隙, 0.3×10^{-3} m
m	工作台质量, 11.498 55 kg
J_a	工作台绕过质心的 x 轴的转动惯量, 0.053 kg · m ³
J_β	工作台绕过质心的 y 轴的转动惯量, 0.066 kg · m ²
J_ω	工作台绕过质心的 z 轴的转动惯量, 0.066 kg · m ²
a	见平台结构图, 33.15×10^{-3} m
a_1	见平台结构图, 20×10^{-3} m
b	见平台结构图, 62.3×10^{-3} m
I_0	线圈偏置电流, 1 A
i_0	抵消垂直方向静载荷的电流, 0.096 57 A

表 2 有关变量的符号及定义

Tab. 2 Symbols and definitions of some variables

$F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$	六对磁极处的控制电磁力
$z_1, z_2, z_3, z_4, y_1, y_2$	六对磁极处的气隙变化量
$i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6$	六对线圈的控制电流
$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$	六对线圈的控制电压
z	工作台质心 z 方向的位移
y	工作台质心 y 方向的位移
α	工作台绕 x 轴的转动
β	工作台绕 y 轴的转动
ω	工作台绕 z 轴的转动

取笛卡尔坐标原点为平台处于平衡位置时的质心 o 处, 当平台在运动的过程中, 由于振动的存在, 使得运动平台的质心偏离平衡位置而移动到 o' 点。

设 o' 的广义坐标为:

$$\mathbf{q} = [y, z, \alpha, \beta, \omega]^T, \quad (1)$$

设平台在磁悬浮磁极和传感器处的广义坐标为

$$\begin{cases} \mathbf{q}_B = [z_1, z_2, z_3, z_4, y_1, y_2]^T \\ \mathbf{q}_S = [z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}, z_{s4}, y_{s1}, y_{s2}]^T \end{cases} \quad (2)$$

它们之间的关系为

$$\mathbf{q}_S = \mathbf{L}_{SB} \mathbf{q}_B, \quad (3)$$

式中:

$$\mathbf{L}_{SB} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & 0 \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & l_{24} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & l_{34} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_{55} & l_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_{65} & l_{66} \end{bmatrix}$$

考虑系统结构参数有:

$$l_{11} = l_{22} = l_{33} = l_{44} = 1/2 + a_1/4a$$

$$l_{12} = l_{21} = l_{34} = l_{43} = 1/2 - a_1/4a$$

$$l_{13} = l_{24} = l_{31} = l_{42} = a_1/4a$$

$$l_{14} = l_{23} = l_{32} = l_{41} = -a_1/4a$$

$$l_{55} = l_{66} = 1/2 + a_1/2a$$

$$l_{56} = l_{65} = 1/2 - a_1/2a$$

从图 2 中可以看出平台的结构并不是完全对称的, 平台的质心在 x 轴和 y 轴方向都和平台的几何中心重合, 而平台在 z 轴方向质心和几何中心有偏差。由于平台结构的限制和传感器组的安装误差, 使得传感器组的几何中心与平台的质心会出现偏差, 本文中只考虑侧向传感器组的几何中心与平台质心的偏差。如将平台视为刚性平台, 保证传感器组的几何中心和磁极的几何中心在同一平面内时, 令 δ 为沿 z 轴方向侧向控制电磁铁传感器几何中心距离平台质心的距离, 则可得到以下坐标变换关系。

$$\begin{cases} z = (z_1 + z_2 + z_3 + z_4)/4 \\ y = (y_1 + y_2)/2 - \delta(z_3 + z_4 - z_1 - z_2)/4b \\ \alpha = (z_3 + z_4 - z_1 - z_2)/4b \\ \beta = (z_1 + z_3 - z_2 - z_4)/4a \\ \omega = (y_1 - y_2)/2a \end{cases}, \quad (4)$$

设磁悬浮平台系统的动能为 T , 则有:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{z}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} J_a \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_\beta \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_\omega \dot{\omega}^2, \quad (5)$$

将式(4)代入式(5)得

$$\begin{aligned}
T = & \left(\frac{m}{8} + \frac{J_{\omega}}{8a^2} \right) \dot{y}_1^2 + \left(\frac{m}{8} + \frac{J_{\omega}}{8a^2} \right) \dot{y}_2^2 + \left(\frac{m}{4} - \frac{J_{\omega}}{4a^2} \right) \\
& \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \left(\frac{m}{32} + \frac{J_{\alpha}}{32b^2} + \frac{J_{\beta}}{32a^2} + \frac{m\delta^2}{32b^2} \right) \dot{z}_1^2 + \left(\frac{m}{32} + \right. \\
& \left. \frac{J_{\alpha}}{32b^2} + \frac{J_{\beta}}{32a^2} + \frac{m\delta^2}{32b^2} \right) \dot{z}_2^2 + \left(\frac{m}{32} + \frac{J_{\alpha}}{32b^2} + \frac{J_{\beta}}{32a^2} + \right. \\
& \left. \frac{m\delta^2}{32b^2} \right) \dot{z}_3^2 + \left(\frac{m}{32} + \frac{J_{\alpha}}{32b^2} + \frac{J_{\beta}}{32a^2} + \frac{m\delta^2}{32b^2} \right) \dot{z}_4^2 + \left(\frac{m}{16} \right. \\
& \left. + \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2} + \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \dot{z}_1 \dot{z}_2 + \left(\frac{m}{16} - \frac{J_{\alpha}}{16b^2} + \right. \\
& \left. \frac{J_{\beta}}{16a^2} - \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \dot{z}_1 \dot{z}_3 + \left(\frac{m}{16} - \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2} - \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \\
& \dot{z}_1 \dot{z}_4 + \left(\frac{m}{16} - \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2} - \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \dot{z}_2 \dot{z}_3 + \left(\frac{m}{16} - \right. \\
& \left. \frac{J_{\alpha}}{16b^2} + \frac{J_{\beta}}{16a^2} - \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \dot{z}_2 \dot{z}_4 + \left(\frac{m}{16} + \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2} \right. \\
& \left. + \frac{m\delta^2}{16b^2} \right) \dot{z}_3 \dot{z}_4 + \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_1 \dot{z}_1 + \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_1 \dot{z}_2 + \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_2 \dot{z}_1 + \\
& \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_2 \dot{z}_2 - \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_1 \dot{z}_3 - \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_1 \dot{z}_4 - \frac{m\delta}{8b} \dot{y}_2 \dot{z}_3 - \frac{m\delta}{8b} \\
& \dot{y}_2 \dot{z}_4, \quad (6)
\end{aligned}$$

拉格朗日方程^[12]的表达式为:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k \quad (k=1, 2, \dots, N), \quad (7)$$

式中 T 为质点系的总动能, q_k 为质点系的广义位移, Q_k 为系统外部的广义激振作用力。

将式(6)代入式(7)得磁悬浮平台系统在平台磁极处广义坐标表示的运动微分方程为

$$M \ddot{q}_B = Q, \quad (8)$$

式中:

$M =$

$$\begin{bmatrix}
g_1 + \Delta g_1 & g_2 + \Delta g_1 & g_3 - \Delta g_1 & g_4 - \Delta g_1 & \Delta g_2 & \Delta g_2 \\
g_2 + \Delta g_1 & g_1 + \Delta g_1 & g_4 - \Delta g_1 & g_3 - \Delta g_1 & \Delta g_2 & \Delta g_2 \\
g_3 - \Delta g_1 & g_4 - \Delta g_1 & g_1 + \Delta g_1 & g_2 + \Delta g_1 & -\Delta g_2 & -\Delta g_2 \\
g_4 - \Delta g_1 & g_3 - \Delta g_1 & g_2 + \Delta g_1 & g_1 + \Delta g_1 & -\Delta g_2 & -\Delta g_2 \\
\Delta g_2 & \Delta g_2 & -\Delta g_2 & -\Delta g_2 & g_5 & g_6 \\
\Delta g_2 & \Delta g_2 & -\Delta g_2 & -\Delta g_2 & g_6 & g_5
\end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned}
g_1 &= \frac{m}{16} + \frac{J_{\alpha}}{16b^2} + \frac{J_{\beta}}{16a^2}, \quad g_2 = \frac{m}{16} + \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2}, \\
g_3 &= \frac{m}{16} - \frac{J_{\alpha}}{16b^2} + \frac{J_{\beta}}{16a^2}, \quad g_4 = \frac{m}{16} - \frac{J_{\alpha}}{16b^2} - \frac{J_{\beta}}{16a^2}, \\
g_5 &= \frac{m}{4} + \frac{J_{\omega}}{4a^2}, \quad g_6 = \frac{m}{4} - \frac{J_{\omega}}{4a^2},
\end{aligned}$$

$$\Delta g_1 = \frac{m\delta^2}{16b^2}, \quad \Delta g_2 = \frac{m\delta}{8b},$$

$$Q = [F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6]^T$$

其中: F_n ($n=1, 2, 3, 4, 5, 6$) 为每对差动连接的电磁铁作用在平台上的电磁吸力, 由文献[13]知

$$F_n = -k_{xxn} z_n - k_{xin} i_n \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

$$F_n = -k_{xxn} y_m - k_{xin} i_n \quad (m=1, 2; n=5, 6) \quad (10)$$

k_{xxn} : 磁悬浮支承的开环力-位移刚度, 且

$$k_{xx1} = k_{xx2} = k_{xx3} = k_{xx4} = -\frac{\mu_0 AN^2 (I_0^2 + i_0^2)}{z_0^3}$$

$$k_{xx5} = k_{xx6} = -\frac{\mu_0 AN^2 I_0^2}{z_0^3}$$

k_{xin} 为磁悬浮支承的开环力-电流刚度, 且

$$k_{xin} = -\frac{\mu_0 AN^2 I_0}{z_0^2} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

将式(10)代入式(8)得

$$M \ddot{q}_B + K_B q_B + K_I I_B = 0, \quad (11)$$

$$K_B = \begin{bmatrix}
k_{xx1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & k_{xx2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_{xx3} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & k_{xx4} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & k_{xx5} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{xx6}
\end{bmatrix}$$

$$K_I = \begin{bmatrix}
k_{xi1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & k_{xi2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_{xi3} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & k_{xi4} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & k_{xi5} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{xi6}
\end{bmatrix}$$

$$I_B = [i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6]^T$$

式(11)即为考虑了传感器组的几何中心与平台质心不重合的磁悬浮平台运动微分方程。从式(9)可以看出, 如果 $\delta=0$, 则 $\Delta g_1 = \Delta g_2 = 0$, 故系统垂直方向和水平方向的耦合将消失, 从而简化了模型。减小耦合的途径有两种: 增大 b 或者减小 δ , 由于 b 受磁悬浮平台结构的限制, 不可能做得无穷大, δ 则完全可以在进行系统结构设计的时候通过合理安排平台的质心, 合理安装侧向控制电磁铁的传感器位置等方法减小到一个很小的值。由此可以看出, 结构设计对于磁悬浮系统的控制有很大的影响, 一个设计好的系统各个控制自由度之间的耦合小, 系统的稳定性好, 系统就容易控制; 反之, 系统就会先天不足, 难于控制。

3 控制系统的微分方程

由于式(11)中控制电流取决于磁悬浮运动平台的控制方式,因此必须补充引入平台控制系统的微分方程。以 z_1 方向为例,系统传递函数框图如图 3 所示。其余方向类同。

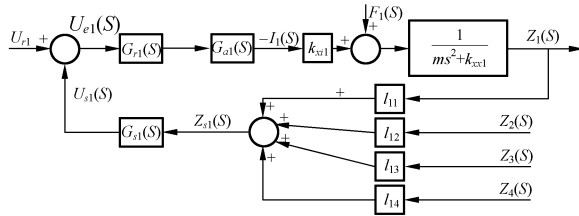


图 3 磁悬浮平台系统的控制传递函数框图

Fig. 3 Transfer function frame of the magnetic table system

图 3 中, U_{r1} 为参考电压, $G_{r1}(S)$ 为串联校正环节, $G_{a1}(S)$ 为功率放大环节, $G_{s1}(S)$ 为传感器检测环节, m 为平台质量, $F_1(S)$ 为外干扰力, $Z_1(S)$ 为电磁铁位置处平台的位移, $Z_{s1}(S)$ 为传感器及位置处平台的位移, $l_{11}, l_{12}, l_{13}, l_{14}$ 为由于传感器与电磁铁位置不一致而产生同一坐标平面内平台在四对磁极处的位移之间耦合的作用系数。

系统的功率放大环节传递函数可设为一阶惯性环节:

$$G_{an}(s) = \frac{A_{an}}{1 + T_{an}s} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (12)$$

式中: A_{an} 为功放的增益, T_{an} 为功放的衰减时间常数。

位移传感器的传递函数可设为一阶惯性环节:

$$G_{sn}(s) = \frac{A_{sn}}{1 + T_{sn}s} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (13)$$

式中: A_{sn} 为传感器的增益, T_{sn} 为传感器的衰减时间常数。

对于 PID 控制器,其传递函数可设为:

$$G_m(S) = K_{pm} + \frac{K_{im}}{S} + \frac{K_{dm}S}{1 + T_{dm}S} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (14)$$

式中: K_{pm} 为控制器的比例系数; K_{im} 为控制器的积分系数; K_{dm} 为控制器的微分系数; T_{dm} 为控制器微分环节的衰减时间常数。

由上述传递函数框图可得

$$\begin{cases} T_a \ddot{I}_B + \dot{I}_B + A_a \dot{U}_{out} = 0 \\ T_s \ddot{U}_e + \dot{U}_e + A_s L_{SB} \dot{q}_B = 0 \\ (K_d + K_p T_d) \dot{U}_e + (K_p + K_i T_d - K_i T_s) U_e - \\ K_i A_s L_{SB} q_B - \dot{U}_{out} - T_d \dot{U}_{out} = 0 \end{cases}, \quad (15)$$

式中: $T_a, T_s, T_d, A_a, A_s, K_p, K_i$ 和 K_d 分别为 6 维对角矩阵,其对角元素为与每对电磁铁系统有关的参数。

$$\begin{aligned} q_B &= [z_1, z_2, z_3, z_4, y_1, y_2]^T \\ I_B &= [i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6]^T \\ U_e &= [U_{e1}, U_{e2}, U_{e3}, U_{e4}, U_{e5}, U_{e6}]^T \\ U_{out} &= [U_{out1}, U_{out2}, U_{out3}, U_{out4}, U_{out5}, U_{out6}]^T \end{aligned}$$

4 机电耦合动力学方程

联立式(11)和式(15)即可得到采用 PID 控制的磁悬浮平台系统的机电耦合动力学方程组

$$\begin{cases} M \ddot{q}_B + K_B q_B + K_I I_B = 0 \\ T_a \ddot{I}_B + \dot{I}_B + A_a \dot{U}_{out} = 0 \\ T_s \ddot{U}_e + \dot{U}_e + A_s L_{SB} \dot{q}_B = 0 \\ (K_d + K_p T_d) \dot{U}_e + (K_p + K_i T_d - K_i T_s) U_e - \\ K_i A_s L_{SB} q_B - \dot{U}_{out} - T_d \dot{U}_{out} = 0 \end{cases}, \quad (16)$$

取状态向量

$$J = (\dot{q}_B, \dot{I}_B, q_B, I_B, \dot{U}_e, \dot{U}_{out})^T$$

则由式(16)可得系统机电耦合状态方程为

$$A J + B J = 0, \quad (17)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_a/A_a & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_a & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_d - K_p T_d & T_d \\ 0 & 0 & L_{SB} A_s & 0 & T_s & 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$B =$

$$\begin{bmatrix} -M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_a/A_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_B & K_I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_a \\ 0 & 0 & K_i A_s L_{SB} & 0 & -K_p - K_i T_d + K_i T_s & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

5 系统稳定性分析

在线性系统中稳定性是一种固有特性,它仅取决于所建立的齐次微分方程(17)的内部结构,微分方程右端的干扰函数对稳定性是没有影响的。若齐次方程(17)的特征根的实部小于零,则由它所描述的系统是稳定的^[14]。

对于本文所研究的磁悬浮运动平台,若垂直方向 4 对电磁铁的控制参数一致,水平方向两对电磁铁的控制参数一致,选用相同的传感器和功率放大器,其性能参数为: $A_{sn} = 10\ 000\ \text{V/m}$, $T_{sn} = 3.1 \times 10^{-5}\ \text{s}$, $A_{an} = 1$, $T_{an} = 6.3 \times 10^{-5}\ \text{s}$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)。将 K_{pn} , K_{dn} , K_{in} 取不同值,利用 Routh 稳定性判据^[14]判断方程(17)的特征根的实部是否小于零,可确定平台稳定悬浮时系统控制参数的选择范围^[15]。

系统控制器的积分环节主要影响系统的静态品质,对动态特性基本没有影响,可不讨论。以下主要求解平台稳定悬浮时控制参数 K_{pn} , K_{dn} ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 的稳定区域(给定积分参数 K_{in})。

图 4 为 $K_{in} = 0.1$ 和 $K_{in} = 10$ 时,垂直方向电磁铁的控制参数 K_{pn} , K_{dn} ($n = 1, 2, 3, 4$) 的稳定区域图。

图(5)为 $K_{in} = 0.1$ 和 $K_{in} = 10$ 时,水平方向电磁铁的控制参数 K_{dn} , K_{pn} ($n = 5, 6$) 的稳定区域图。

从图 4 和图 5 可以看出,积分参数 K_i 对系统稳定时控制参数 K_d , K_p 的取值范围的影响很小。在实际系统中,控制参数的稳定区域还需满足控制电流 i_n 小于偏置电流 I_0 的条件,否则,电流饱和不符合电磁平台系统差动控制的要求。

为了验证图 4、图 5 所示系统控制参数稳定范围的准确性,以平台 z_1 方向为例,选取 A、B、C、D 四组控制参数来研究平台的起浮过程,响应曲线如图 6 所示。

由图 4 和图 6 可知,A、C、D 三组控制参数在稳定区域外,而且在这三组控制参数下平台不能实现稳定悬浮; B 组控制参数在稳定区域内,在这组控制参数下平台能够实现稳定悬浮,而且具有良好的动、静态性能。故可以验证图 4、图 5 所示系统控制参数的稳定范围是准确的。

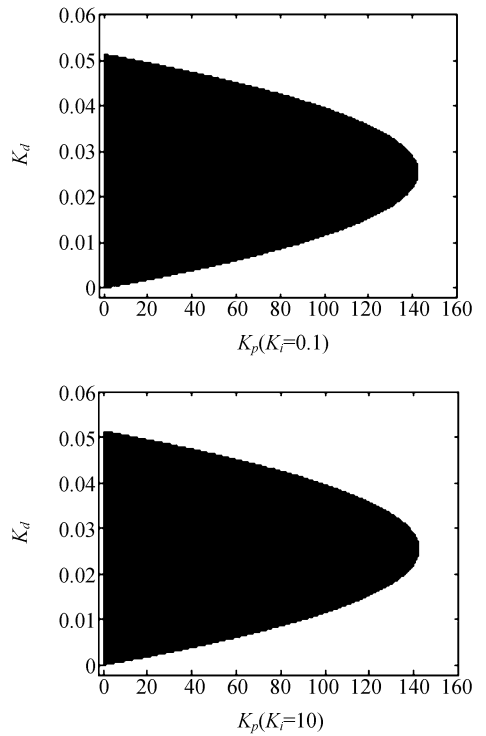


图 4 磁悬浮平台系统垂直方向控制参数稳定区域图
Fig. 4 Steady range of lengthways control parameters for magnetic suspension table system

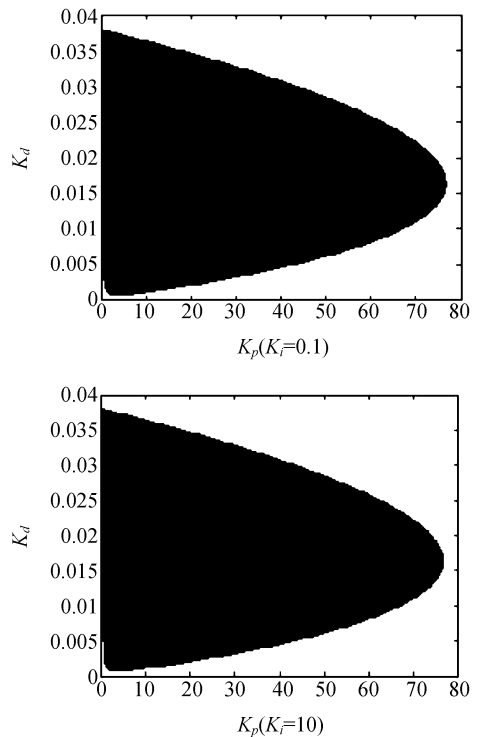
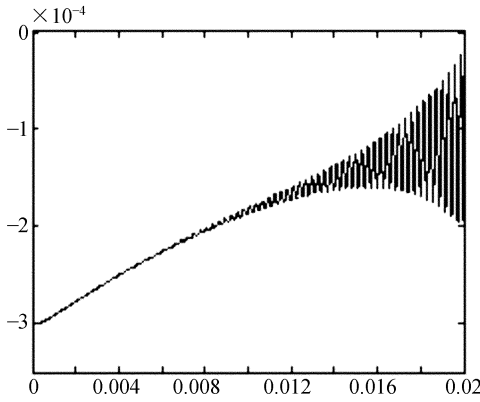
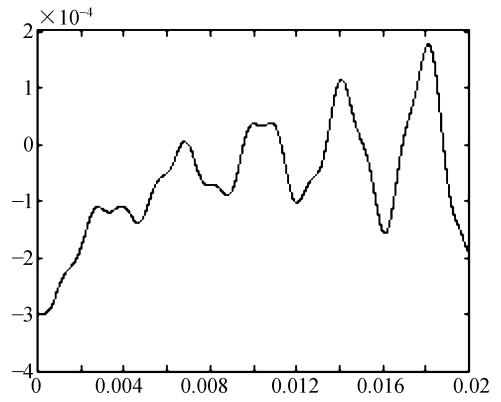


图 5 磁悬浮平台系统水平方向控制参数稳定区域图
Fig. 5 Steady range of transverse control parameters for magnetic suspension table system



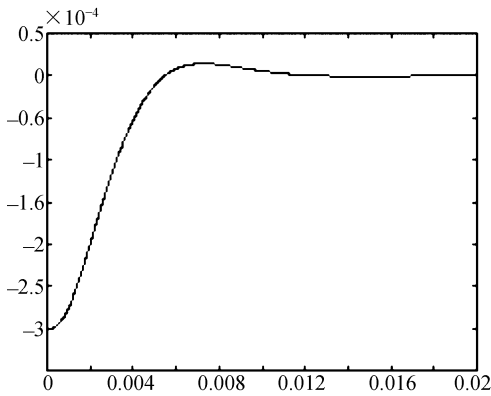
(a) $K_p = 150, K_d = 0.03, K_I = 10$



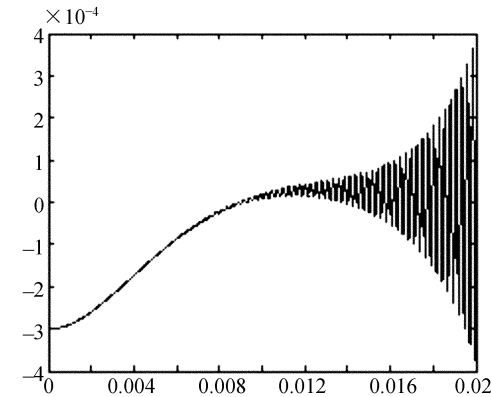
(d) $K_p = 20, K_d = 0.002, K_I = 10$

图 6 磁悬浮平台起浮过程响应曲线图

Fig. 6 Suspension response for magnetic suspension table



(b) $K_p = 20, K_d = 0.03, K_I = 10$



(c) $K_p = 20, K_d = 0.005, K_I = 10$

6 结 论

磁悬浮运动平台由于具有定位精度高、高加速、无需润滑、启动推力大等优点,受到人们的普遍重视,但系统中的众多耦合效应是影响其机电耦合动力学性能的关键所在。本文在考虑了平台控制系统的电学微分方程、传感器组的几何中心与平台质心不重合和传感器组与平台控制磁极非共点安装对系统性能所带来的耦合影响的情况下,建立了五自由度磁悬浮运动平台系统完整的机电耦合动力学模型。基于该模型进行了平台运动稳定性分析,得到了平台实现稳定悬浮时控制参数的选择范围,垂直方向: $0.3 < K_p < 141.5$, $0 < K_d < 0.052$,水平方向: $0.3 < K_p < 77.4$, $0.001 < K_d < 0.038$ 。实验结果表明,只有选取该范围内的控制参数,平台才能实现稳定悬浮,且具有良好的动、静态性能。

参考文献:

[1] 孙麟治,李鸣鸣,程维明.精密定位技术[J].光学精密工程,2005,13(1):69-75.
 SUN L ZH, LI M M, CHENG W M. Study on precision position technique[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13 (1):69-75. (in Chinese)

- [2] 王延凤. 磁悬浮精密定位工作台机电一体化 CAD/CAE 集成研究[D]. 长春:中国科学院,2004.
WANG Y F. *Research on the magnetic levitation precision stage with mechano-electronics CAD/CAE* [D]. Changchun: Chinese Academy of Sciences,2004. (in Chinese)
- [3] 宋文荣,于国飞,孙宝玉,等. 微电子制造领域的磁悬浮精密定位平台的结构设计研究[J]. 光学 精密工程,2002,10(3):271-275.
SONG W R, YU G F, SUN B Y, *et al.*. Research on the structure design of a precision stage based on magnetic levitation technology and used in micro-electron manufacturing field[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002,10(3):271-275. (in Chinese)
- [4] 孙宝玉,梁淑卿,宋文荣,等. 直线驱动磁悬浮进给机构的研究[J]. 光学 精密工程,2003,11(4):338-342.
SUN B Y, LIANG SH R, SONG W R, *et al.*. Linear drive technology and its application to a magnetic levitation stage in the microelectronic field[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003,11(4):338-342. (in Chinese)
- [5] 李黎川,丁玉成,卢秉恒. 超精密磁悬浮工作台及其解耦控制[J]. 机械工程学报,2004,40(9):84-88.
LI L CH, DING Y CH, LU B H. High-precision magnetically suspended table and its decoupling control[J]. *Chin. J. Mech. Eng.*, 2004,40(9):84-88. (in Chinese)
- [6] 节德刚,刘延杰,孙立宁,等. 一种宏微双重驱动精密定位机构的建模与控制[J]. 光学 精密工程,2005,13(2):171-178.
JIE D G, LIU Y J, SUN L N, *et al.*. Modeling and control of a macro-micro dual-driven ultra-precision position mechanism[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005,13(2):171-178. (in Chinese)
- [7] 楚中毅,崔晶,孙立宁,等. 双重驱动 2-DOF 平面并联机器人系统的研究[J]. 光学 精密工程,2006,14(3):456-462.
CHU ZH Y, CUI J, SUN L N, *et al.*. Research of a novel dual-driven 2-DOF planar parallel robot[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(3):456-462. (in Chinese)
- [8] MAO J, TACHIKAWA H, SHIMKOHBE A. Precision positioning of a DC-motor-driven aerostatic slide system [J]. *Precision Eng.*, 2003,27(1):32-41.
- [9] ZHANG B, ZHU Z. Developing a linear piezomotor with nanometer resolution and high stiffness[J]. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 1997,2(1):22-29.
- [10] 程耀东. 机械振动学(线性系统)[M]. 杭州:浙江大学出版社,1988.
CHENG Y D. *Mechanical Vibration (Linearity System)* [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1988. (in Chinese)
- [11] 刘品宽,孙立宁,曲东升,等. 新型二维纳米级微动工作台的动力学分析[J]. 光学 精密工程,2002,10(2):143-146.
LIU P K, SUN L N, QU D SH, *et al.*. Design and analysis of 2-DOF nano-positioning stage driven by PZT[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002,10(2):143-146. (in Chinese)
- [12] 温熙森,邱静,陶俊勇. 机电系统分析动力学及其应用[M]. 北京:科学出版社,2003.
WEN X S, QIU J, TAO J Y. *Analytic Dynamics and the Application for Electromechanical System* [M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [13] 虞烈. 可控磁悬浮转子系统[M]. 北京:科学出版社,2003.
YU L. *The Rotor System of the Controlled Magnetic Suspension* [M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [14] 戴忠达. 自动控制理论基础[M]. 北京:清华大学出版社,1991.
DAI ZH D. *Auto-control Theory* [M]. Beijing: Qinghua University Press, 1991. (in Chinese)
- [15] 张志涌. 精通 MATLAB 6.5 版[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.
ZHANG ZH Y. *Mastery MATLAB 6.5* [M]. Beijing: Beihang University Press, 2003. (in Chinese)

作者简介:李群明(1969—),男,汉族,湖南宁远人,中南大学副教授,博士,主要从事磁悬浮技术的研究。E-mail: liqm@mail.csu.edu.cn